

## Résolution de problèmes

### **Problème 1**

Le prix d'une excursion en autocar était fixé à 25 € par personne. Mais 3 personnes n'ont pas pu y participer et chaque personne présente a dû verser un supplément de 1,50€. Combien y avait-il d'inscrits ?

### **Problème 2**

Quatre joueurs se partagent un gain de la manière suivante :

Le premier prend la moitié de la somme moins 1500 euros. Le second prend exactement le quart de la somme.

Le troisième prend le tiers de la somme moins 500 euros. Le quatrième prend 300 euros plus le cinquième de la somme. Quelle somme chacun reçoit-il ?

### **Problème 3**

Une salle de cinéma propose deux tarifs :

- Tarif 1 : 6 euros la place

- Tarif 2 : abonnement annuel de 30 euros puis 4 euros la place.

A partir de combien de séances le tarif 2 est-il plus avantageux ?

### **Problème 4**

Des amis organisent une sortie en commun. En versant 60 euro chacun, il manque 30 euro pour payer la note. S'ils versent chacun 70 euro, il y a 90 euro en trop. Quel est le nombre de personnes ?

### **Problème 5**

Sophie a dépensé tout l'argent qu'elle avait en poche lors d'une séance de shopping dans trois magasins. Dans chaque magasin elle a dépensé 10 euros de plus que la moitié de ce qu'elle avait en y rentrant.

Combien Sophie avait-elle d'argent avant sa séance de shopping ?

### **Problème 6**

On dispose d'un rectangle de 80m de périmètre. Si on augmente sa largeur de 2 m et si on diminue sa longueur de 6m alors l'aire de ce nouveau rectangle ne change pas .Quelles sont les dimensions du rectangle initial ?

### **Problème 7**

Une boîte contient 100 billes. Les unes sont rouges et les autres sont bleues. Si on ajoute dans la boîte 30 billes bleues et 20 billes rouges, alors le nombre de billes bleues est le double du nombre de billes rouges. Combien y avait-il initialement de billes de chaque couleur ?

### **Problème 8**

Trouver un nombre de deux chiffres sachant que si on met un 7 à droite de ce nombre, il augmente alors de 529.

### **Problème 9**

Proposez pour ce problème une méthode algébrique et une méthode arithmétique.

Pour un étudiant, une place de cinéma coûte 6€ alors que le tarif normal est 9€.

La recette pour 80 personnes a été de 645€ combien y avait-il d'étudiants parmi ces 80 personnes ?

### **Problème 10**

Un fleuriste possède un stock de 570 roses et de 690 fougères.

1. Un premier client achète un bouquet constitué de 4 roses et de 8 fougères, pour un prix total de 12 euros. Un deuxième client paye 17 euros pour un bouquet constitué de 6 roses et de 10 fougères.

Quels sont les prix de vente respectifs d'une rose et d'une fougère ?

1) Vrai ou faux, justifier

	affirmation	vrai ou faux	justification
1	$(x - 4)^2 = x^2 - 16$		
2	si $(x+2)^2 = 9$ , alors $x = 1$		
3	la forme factorisée de $4x^2 - 2x + 2$ est $2(2x^2 - x)$		
4	le produit de $2x - 5$ par $3 - 4x$ est $-8x^2 + 26x - 15$		
5	un nombre est toujours inférieur ou égal à son carré		
6	l'équation $\frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{3x}$ n'a pas de solution		

Sujet1 G1 2009-3

Les deux questions sont indépendantes.

1) a. Développer et réduire l'expression suivante où  $x$  est un nombre réel :

$$(x+1)(x-1) - (x+2)(x-2)$$

b. Utiliser le résultat précédent pour trouver rapidement sans utiliser la calculatrice :

$$297 \times 295 - 298 \times 294$$

2) Observer les résultats ci dessous :

$$1^2 - 0^2 = 1$$

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

Les égalités ci-dessus permettent de conjecturer une propriété. Deux sont proposées ici :

1- Si  $a$  et  $b$  sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale à la différence de leurs carrés.

2- Si  $a$  et  $b$  sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale au carré de leur différence.

Une seule de ces propriétés est exacte. Laquelle ? La démontrer.

Sujet2 Groupe 2 2008

1) Voici un problème donné à des élèves du cycle des approfondissements :

Dans la cour des maternelles, il y a des bicyclettes et des tricycles. J'ai remarqué :

- qu'il y a au moins trois bicyclettes et trois tricycles ;
- qu'il n'y a pas plus de dix bicyclettes, ni plus de dix tricycles ;
- qu'il y a en tout 31 roues.

Avec ces renseignements, combien peut-il y avoir de bicyclettes et de tricycles ?

Démontrer qu'il existe exactement deux réponses possibles à ce problème.

2) Une boîte de chocolats contient moins de 100 chocolats. En répartissant les chocolats en tas de deux, ou en tas de trois, ou en tas de quatre, il en reste un chaque fois, mais en les répartissant en tas de cinq, il n'en reste pas.

Combien peut-il y avoir de chocolats dans la boîte ? Justifier en explicitant la démarche utilisée.

### Sujet3 Créteil 2005-3

Dans un concours hippique, un cavalier est pénalisé quand le cheval refuse de sauter un obstacle et quand le cheval fait tomber une barre.

Le cheval de Pierre a fait 2 refus et a fait tomber 3 barres pour un total de 18 points de pénalité.

Le cheval de Jean a fait 1 refus et a fait tomber 4 barres pour un total de 19 points de pénalité.

Combien de points coûte un refus ? Combien de points coûte la chute d'une barre ?

### Sujet 4 G2-2006-1

1. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que :  $AC = 3,5$  cm et  $BC = 12,5$  cm.

Calculer la longueur AB.

2.  $a$  et  $b$  étant deux nombres entiers, résoudre le système suivant :

$\begin{cases} a + b = 36 \\ a - b = 4 \end{cases}$

$$a + b = 36$$

$$a - b = 4$$

Calculer  $a^2 - b^2$ , puis  $\sqrt{a^2 - b^2}$ .

Déduire des réponses obtenues, les dimensions d'un triangle ABC, rectangle en A, tel que

$AB = 12$  cm et tel que AC et BC s'expriment à l'aide de nombres entiers. Justifier.

3. a) Donner toutes les décompositions possibles de 144 sous la forme d'un produit de deux entiers naturels.

b) En déduire quatre couples d'entiers naturels non nuls, solutions de l'équation  $a^2 - b^2 = 144$ .

Justifier.

### Sujet 5 G5-2007 -3

Un groupe de vingt-sept personnes va au théâtre. Les adultes paient 45 € et les enfants paient moitié prix. Leur dépense totale s'élève à 877,50 €.

On veut connaître le nombre d'adultes et le nombre d'enfants de ce groupe.

1. Utilisation d'un tableur

a) En observant la feuille de calcul de l'annexe 1, donner la solution du problème.

b) Recopier et compléter la ligne 21.

c) Sachant que la formule entrée dans la cellule B4 est :  $= 27 - A4$ , quelles formules ont pu être écrites dans les cellules C4, D4 et E4 afin d'obtenir les valeurs de la feuille de calcul de l'annexe 5.

2. Résoudre ce problème :

a) en utilisant une méthode algébrique ;

b) en faisant appel à une démarche arithmétique.

### Sujet 6 g2-2007-3

Pour la fête de l'école, des parents d'élèves ont confectionné des flans pâtisseries et des tartes aux pommes.

1. Une part de flan pâtisseries est vendue 1,50 € et une part de tarte aux pommes 2,00 €.

Dans l'après-midi, 72 parts de gâteaux ont été vendues pour une recette totale de 122,00 €.

Déterminer le nombre de parts de chaque sorte qui ont été vendues

a) par une méthode algébrique ;

b) par un raisonnement de type arithmétique.

2. À la fin de l'après-midi, il reste une tarte aux pommes entière. Quatre enfants se partagent ce gâteau de la façon suivante : Jean-Marc se sert en premier et en prend un tiers ; Sophie prend trois huitièmes de ce qu'a laissé Jean-Marc ; enfin, Antoine et Rémi se partagent le reste de façon équitable.

À quelle fraction de tarte correspond la portion de chaque enfant ?

## ANNEXE 1

	A	B	C	D	E
1	prix d'une place adulte	45			
2					
3	<b>Nombre d'adultes</b>	<b>Nombre d'enfants</b>	<b>Prix payé par les adultes</b>	<b>Prix payé par les enfants</b>	<b>Somme totale dépensée</b>
4	0	27	0	607,50	607,50
5	1	26	45	585	630
6	2	25	90	562,50	652,50
7	3	24	135	540	675
8	4	23	180	517,50	697,50
9	5	22	225	495	720
10	6	21	270	472,50	742,50
11	7	20	315	450	765
12	8	19	360	427,50	787,50
13	9	18	405	405	810
14	10	17	450	382,50	832,50
15	11	16	495	360	855
16	12	15	540	337,50	877,50
17	13	14	585	315	900
18	14	13	630	292,50	922,50
19	15	12	675	270	945
20	16	11	720	247,50	967,50
21	17				
22		9			
23	19	8	855	180	1035
24	20	7	900	157,50	1057,50
25	21	6	945	135	1080
26	22	5	990	112,50	1102,50
27	23	4	1035	90	1125
28					
29	25	2	1125	45	1170
30	26	1	1170	22,50	1192,50
31	27	0	1215	0	1215
32					

### Sujet 7 Guadeloupe-2000-3

Trois motocyclistes ont pris ensemble le départ d'une course sur un circuit. Le second, dont la vitesse moyenne était inférieure de 7,5 kilomètres à l'heure à celle du premier et supérieure de 4,5 kilomètres à l'heure à celle du troisième, est arrivé 6 minutes après le premier et 4 minutes avant le troisième.

Le but de l'exercice est de déterminer la longueur du parcours, la vitesse moyenne de chaque coureur et le temps mis par chacun pour effectuer le parcours.

a) Compléter le tableau ci-dessous que l'on reproduira sur la copie:

	Vitesse moyenne	Durée du parcours	Distance parcourue
Premier coureur			
Deuxième coureur	v	t	vt
Troisième coureur			

b) En déduire:

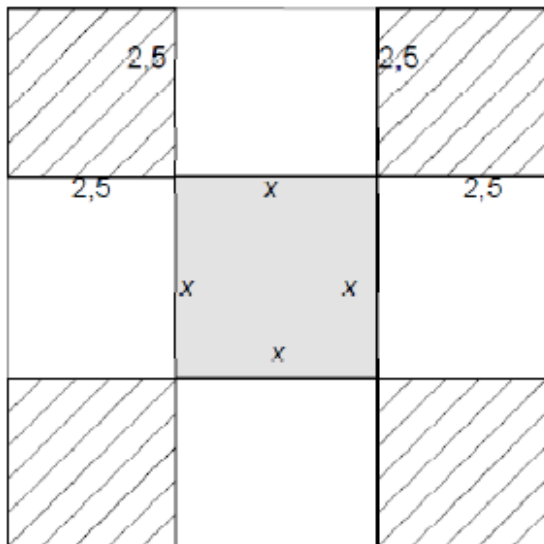
- la vitesse moyenne de chaque coureur en km/h
- la durée du parcours de chaque coureur en minute
- la distance parcourue.

### Sujet 8 rennes 2000-1

Le but de cet exercice est d'appliquer une présentation non familière utilisée par le mathématicien arabe Al Khuwarizmi au 9<sup>ième</sup> siècle pour trouver une solution positive d'une équation du second degré.

#### Exemple

Recherche d'une solution de l'équation  $x^2 + 10x = 39$



L'aire du carré central grisé est  $x^2$ .  
 L'aire d'un rectangle blanc est  $2,5x$  et l'aire des quatre rectangles blancs est  $4 \times 2,5x$  soit  $10x$ .  
 L'aire du carré central et des quatre rectangles blancs est :  $x^2 + 10x$ , qui est égal à 39 d'après l'équation.  
 L'aire des quatre carrés hachurés est  
 $4 \times (2,5)^2 = 25$   
 Donc l'aire du grand carré est  $25 + 39 = 64$   
 et le côté du grand carré est  $\sqrt{64}$  soit 8.  
 On peut maintenant obtenir  $x$  qui est solution de l'équation du premier degré  
 $x + 2 \times 2,5 = 8$   
 soit  $x + 5 = 8$   $x = 8 - 5$  et  $x = 3$

- 1) Vérifier que 3 est bien solution de l'équation  $x^2 + 10x = 39$ .
- 2) En s'appuyant sur une représentation des différentes aires qu'il faudra dessiner, produire un raisonnement identique pour l'équation  $x^2 + 2x = 24$ .
- 3) Écrire sans justification la suite des calculs (un seul calcul par ligne) vous permettant de calculer l'une des solutions de :  $x^2 + 5x = 84$ .
- 4) Décrire en langage courant cet algorithme particulier indiquant une méthode générale dans le cas  $x^2 + ax = b$  (a et b étant deux entiers positifs et l'équation possédant au moins une solution positive).

### Sujet 9 Lille -2000-1

Albrecht Dürer, peintre et graveur allemand, est né et mort à Nurember. Unissant styles italien et flamand, il est le type même de l'homme de la Renaissance, tourmenté toutefois par l'inquiétude religieuse. Bien qu'il soit un coloriste raffiné (*l'Adoration de la Sainte Trinité*), le graveur surpasse le peintre et l'aquarelliste par la précision et la force de son dessin

*15 planches de l'Apocalypse ; le Chevalier, la Mort et le Diable ; Saint Jérôme dans sa cellule et Mélancolie.*

Dans cette courte biographie, il manque les dates de naissance (année) et de décès de Dürer.

Retrouvez les, sachant que leur somme est égale à 2999 et que la différence de leurs carrés est égale à 170 943.

**Sujet 10 Nancy 2001-2**

Le village de Centville compte 100 habitants. Le plus âgé est né en 1900 et le plus jeune en 1999. Tous les habitants sont nés une année différente et tous le premier janvier.

Pierre habite Centville. En cette année 2001, la somme des chiffres de son année de naissance est égale à son âge.

On se propose de déterminer l'année de naissance de Pierre de deux manières différentes.

1) Résoudre ce problème en utilisant des outils algébriques.

2a) Démontrer que l'âge de Pierre est inférieur ou égal à 28 ans.

b) Sachant que l'âge de Pierre est inférieur ou égal à 28 ans, décrire une procédure qu'un élève de fin de cycle 3 pourrait mettre en œuvre pour résoudre ce problème

**Sujet 11 bordeaux 2001-1**

Un nombre de trois chiffres est tel que :

- la différence entre ce nombre et le nombre retourné est 297,

- la somme des trois chiffres est 11,

- la somme du triple du chiffre des centaines et du double du chiffre des dizaines est 22.

Trouver ce nombre. (Indication : si, par exemple, le nombre était 231 le nombre retourné serait 132.)