

M1 SEMESTRE 1

UE1 - Savoirs disciplinaires, programmes du primaire, en français, histoire et géographie, mathématiques, sciences et technologie (123h)

EC1.3 : Maîtrise des bases mathématiques (12h ou 30h ou 36h)

Objectifs : maîtriser les savoirs disciplinaires liés aux programmes en mathématiques du primaire

Contenus : Les contenus mathématiques enseignés à l'école primaire

(6 à 10 TD de 3h suivant le cursus des étudiants + 3 CM de 2h sur le thème des nombres, de la géométrie et de la mesure)

- Nombres entiers et systèmes de numération, techniques opératoires
- Fractions et décimaux
- Géométrie élémentaire du plan et de l'espace (propriétés et construction de figures planes, de figures symétriques, de solides simples et de leurs patrons).
- Grandeurs et mesure : les différentes grandeurs (longueur, masse, capacité, durée, aire et périmètre), les unités légales et usuelles.
- Fonctions numériques ; le cas de la proportionnalité

Les contenus seront notamment revisités à partir de la résolution de problèmes.

Évaluation : contrôle écrit terminal (2h)

SEANCES 1 et 2 : NOMBRES ENTIERS ET SYSTEMES DE NUMERATION, TECHNIQUES OPERATOIRES

I Exercices sur les systèmes de numération anciens

EXERCICE 1

Les systèmes de numération ont différé suivant les époques et les régions du monde. Dans le tableau ci-dessous, quatre nombres sont écrits avec des numérations différentes.

Numération moderne	18	60	248	360
Numération hiéroglyphique égyptienne				
Numération indienne	१८	६०	२४८	३६०
Numération crétoise				
Numération assyro-babylonienne				

(Ces numérations sont issues de « Histoire universelle des chiffres » de Ifrah, ed. Bouquins, 1994)

1. Compléter le tableau suivant :

Numération moderne	36	810
Numération hiéroglyphique égyptienne		
Numération indienne		
Numération crétoise		
Numération assyro-babylonienne		

- Parmi ces quatre numérations anciennes, deux sont basées sur les mêmes principes. Lesquelles ? Quels sont ces principes ? En quoi les autres numérations diffèrent-elles ?
- Parmi ces quatre numérations anciennes, quelle est celle qui ressemble le plus à la notre ? Pourquoi ? Quels sont les principes sur lesquels reposent cette numération et en quoi diffère-t-elle des autres ?

- LES SYSTEMES DE NUMERATION -

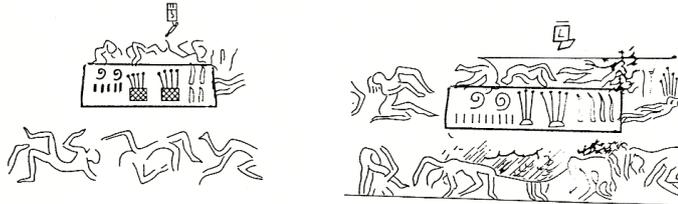
- FEUILLE N° 1 -

(Extrait de Pythagore 6^e, (HATIER))

Pour écrire des nombres, les Égyptiens utilisaient les hiéroglyphes suivants :

1	10	100	fleur de lotus	index	têtard	dieu
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

a/ Les deux inscriptions ci-dessous, gravées sur des soubassements de statues royales évoquent de terribles batailles. On y lit les nombres de prisonniers ou de massacrés aux corps distordus.



Quels sont les nombres indiqués dans les parties encadrées ?

b/ La gravure suivante orne la massue du roi Narmer (vers 2900 av. J.-C.). Elle décrit le butin d'une grande victoire.

Quels sont les nombres de bovins, de chèvres, de prisonniers ?



c/ En numération égyptienne, est-ce que les nombres enl et inl sont différents ?

Et pour nous, est-ce que les nombres 153 et 351 sont différents ? Expliquer pourquoi.

d/ Que devient le nombre nnnnnn si on le multiplie par dix ?

e/ Citer cinq nombres inférieurs à mille et qui s'écrivent avec dix chiffres dans la numération égyptienne.

Citer quatre nombres compris entre mille et dix mille et qui s'écrivent avec deux chiffres.

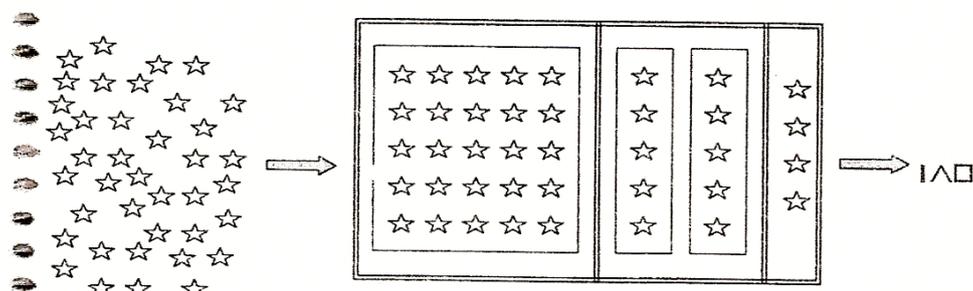
L'écriture des nombres chez les Cincfiles

Dans la tribu des Cincfiles on a une manière particulière de compter. Lors d'un voyage dans cette tribu, un chercheur a ramené un certain nombre d'observations qu'il a retranscrites dans un carnet. Voici ce qu'il a noté sur la manière de compter des Cincfiles :

- C'est une numération de position :
 - Il n'y a que cinq symboles pour noter les nombres :

- qui correspond à notre zéro
- ! qui correspond à notre 1
- ^ qui correspond à notre 2
- ∇ qui correspond à notre 3
- qui correspond à notre 4

- Une observation :



- Des exemples de transcriptions :

!∇	□^	^●□	!!∇□
8	22	54	169

1) En expliquant votre démarche :

- a) Transcrire dans notre système de numération le nombre noté par les Cincfiles « □□□ ».
- b) Transcrire dans le système Cincfile le nombre que nous notons « 273 ».

2) Sans passer par une transcription dans notre système de numération décimale et en justifiant votre réponse, écrire :

- a) le nombre qui précède le nombre « ∇□● » dans le système Cincfile ?
- b) le nombre qui suit le nombre « ^□□ » dans le système Cincfile ?

Ces deux derniers nombres seront donnés en écriture Cincfile.

II Exercices sur le système de numération décimale

Exercice 1 :

Les élèves du cycle 3 de l'École des Vents ont réservé les 77 places de la voiture 10 du TGV Atlantique. Chaque élève doit coller le numéro de son siège sur son bagage.

Pour cela, la maîtresse a préparé des étiquettes avec les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9.

On sait que:

- tous les numéros des sièges sont des nombres d'au moins deux chiffres;
- aucun numéro de siège ne se termine par 0;
- un seul numéro de siège, le 19, se termine par 9;
- aucun siège ne porte les numéros 35, 36, 37 et 38.

1. Trouver tous les numéros de la voiture 10 du TGV Atlantique.

2. La maîtresse a préparé 15 étiquettes de chaque chiffre de 0 à 9. Y en a-t-il assez pour écrire tous les numéros des sièges comportant le chiffre 0 ? Et le chiffre 7 ?

Exercice 2 :

1. Voici un nombre: 5609.

Quel est son chiffre des centaines?

Quel est son nombre de centaines?

Quel est son nombre de dizaines?

Que devient-il si on lui ajoute 5 centaines ?

2. Voici un nombre: 48032.

Quel est son chiffre des centaines?

Quel est son nombre de centaines?

Quel est son nombre d'unités de mille?

Que devient-il si on lui retranche 3 unités de mille?

3. « Je suis un nombre, je contiens 485 centaines et 7 unités. Qui suis-je ? »

« Je suis un nombre, je contiens 5 unités, 42 unités de mille et 7 dizaines. Qui suis-je ? »

« Je suis un nombre, je contiens 52 centaines et 18 unités. Qui suis-je ? »

« Je suis un nombre, je contiens 391 centaines, 47 dizaines et 51 unités. Qui suis-je ? »

Exercice 3 :

1. Combien de fois utilise-t-on le chiffre 7 pour écrire tous les nombres jusqu'à 2010 ?

2. On a utilisé 6869 caractères d'imprimerie (chiffres) pour numéroter les pages d'un dictionnaire. Combien de pages ce dictionnaire contient-il ? (Toutes les pages sont numérotées une fois et une seule, la première portant le numéro 1).

Exercice 4 :

1. Quels mots sont nécessaires pour écrire tous les nombres compris entre 2 340 105 et 17 002 058 ?

2. Combien de nombres peuvent être formés en utilisant un, deux ou trois des mots suivants : deux, sept, dix, mille et millions (des tirets peuvent être ajoutés, mais le même mot ne peut pas être utilisé deux fois dans l'écriture d'un nombre).

3. Ecrire en lettres les nombres suivants :

91014 ; 900 014 ; 9114 ; 910 001 014

III Techniques opératoires addition-soustraction

Exercice 1

1) Voici trois méthodes anciennes utilisées pour calculer des sommes et des différences :

Méthode a : selon la méthode rapportée par Baha Eddin (1547-1622) dans son livre « Les principes du calcul »

Méthode b : d'après la méthode proposée par Ramus (1515-1572)

Méthode c : « par emprunt », employé pour la première fois par Rabbi Ben Ezra (1093-1167) :

$$\begin{array}{r} \text{a) } 4548 \\ + 764 \\ \hline 12 \\ 10 \\ 12 \\ 4 \\ \hline 5312 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \text{b) } \begin{array}{c} 54 \\ 6456 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 696 \\ -2872 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 3412 \\ 3584 \leftarrow 3584 \end{array} \end{array}$$
$$\begin{array}{r} \text{c) } \begin{array}{c} 513 \\ 64156 \end{array} \\ - 2872 \\ \hline 3584 \end{array}$$

Décrivez les différentes méthodes utilisées.

Exercice 2

1) Calculer en posant l'opération par la technique traditionnelle: $4548 + 764$

Expliciter cette technique en la justifiant par les connaissances et les propriétés utilisées.

2) Calculer en posant l'opération par la technique traditionnelle: $6456 - 2872$

Expliciter cette technique en la justifiant par les connaissances et les propriétés utilisées.

3) donner une autre possibilité pour calculer $6456 - 2872$

Exercice 3

Compléter les additions et les soustractions

$$\begin{array}{r} 14. \\ + 3.5 \\ + ..79 \\ \hline 2011 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 64.8 \\ + 37. \\ + .37 \\ \hline .732 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 7.42 \\ - 2.. \\ \hline .571 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} .5.8 \\ - .4. \\ \hline 3686 \end{array}$$

Exercice 4

Trouver les différentes procédures pour effectuer mentalement les calculs suivants :

a) $14 + 19 + 16 + 11$; b) $85 + 39$; c) $85 - 39$; d) $94 - 46$; e) $205 - 198$

Précisez quelles connaissances sur l'addition et la soustraction sont sous-jacentes à la mise en œuvre de ces diverses procédures.

Exercice 5

Toto additionne deux nombres entiers avec la méthode habituelle, et trouve 499 sans faire d'erreur.

Combien de retenues a-t-il effectuées ?

Résoudre les problèmes suivants en argumentant votre réponse :

Problème 1 : Dans une boîte se trouvent 100 billes. Les unes sont rouges et les autres sont bleues. Si on ajoute dans la boîte 30 billes bleues et 20 billes rouges, alors le nombre de billes bleues est le double du nombre de billes rouges. Combien y avait-il initialement de billes de chaque couleur ?

Problème 2 : Thierry vient de jouer deux parties de billes. A la seconde partie, il a perdu n billes. Quand il compte ses billes à la fin, il s'aperçoit qu'il a gagné en tout p billes. Que s'est-il passé à la première partie ?

Problème 3 : Sophie a 13 billes de moins que Paul. Caroline a 1 bille de plus que Sophie. Paul a le double de billes de Caroline. Combien Caroline a-t-elle de billes ?

Problème 4 : Il y a 15 jours, j'ai dit avec raison : « Dans 10 jours nous serons un dimanche ». Quel jour de la semaine sommes-nous à présent ?

IV Techniques opératoires multiplication-division

Exercice 1

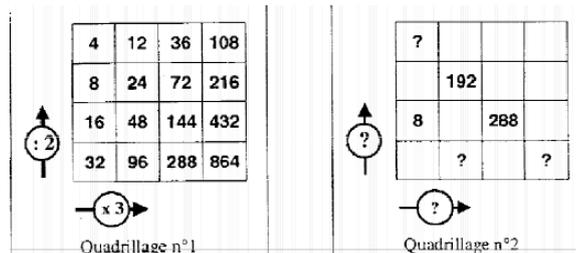
Calculer en posant l'opération avec la technique écrite usuelle le produit 368×207 .
Décrire le procédé et indiquer les propriétés de la multiplication mises en œuvre.

Exercice 2

Un recueil de jeux de calcul pour l'Ecole et le Collège propose aux élèves le jeu suivant : on se déplace sur un quadrillage fini selon les opérateurs multiplicatifs indiqués, comme le montre le quadrillage n° 1 ci-dessous. Ces opérateurs peuvent être du type "multiplier par n" ou "diviser par n", où n désigne un nombre entier naturel.

Trouver les nombres qui vont occuper les cases marquées [?] dans le quadrillage n°2.

On proposera deux méthodes de résolution, dont une qui puisse être mise en œuvre par un élève du cycle 3 disposant d'une calculette.



Exercice 3

Compléter ces multiplications

$$\begin{array}{r} 7.8 \\ \times \quad .2 \\ \hline . . 7. \\ 2\ 9\ 5\ 2\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} .78 \\ \times 5. \\ \hline 1\ 6\ 6\ 8 \\ \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} . . . \\ \times \quad 83 \\ \hline 1\ 7\ 2\ 8 \\ 0 \\ \hline 4\ 7\ 8\ 0\ 8 \end{array}$$

Exercice 4

a) Donnez une définition précise de la division euclidienne dans l'ensemble \mathbb{N} des entiers naturels.

b) Sur une calculatrice standard, la touche division donne comme résultat de la division de 497 par 37 le nombre décimal 13,432432. Commentez ce résultat.

Donnez le quotient et le reste euclidiens de la division de 497 par 37. Comment peut-on obtenir ces valeurs avec une calculatrice standard ?

Exercice 5(Grenoble, Lyon, 2000)

On s'intéresse au quotient et au reste de la division euclidienne de 40 626 par 12. Voici quatre résultats, tous erronés.

N° du résultat	Quotient	Reste
1	348	8
2	3 384	18
3	3 382	6
4	3 383	0

Sans s'appuyer sur le calcul effectif du quotient et du reste, expliquez pourquoi ces résultats ne sont pas corrects. Pour cela, on utilisera un argument pour chacun des résultats : ces quatre arguments doivent être de nature différente.

Exercice 6 (divisions à trous)

$$\begin{array}{r}
 7 \ . \ 7 \ . \\
 \hline
 7 \ . \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 1 \ . \ 3 \ . \ 5 \\
 \hline
 5 \ 6 \ . \\
 \ . \ 8 \ . \\
 \ . \ . \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \ . \quad 8 \ 1 \ . \\
 \hline
 1 \ 8 \ . \quad . \ . \ . \\
 \ . \ . \ . \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \ . \ 7 \\
 \hline
 7 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \ . \ . \ . \\
 \hline
 5 \ 8 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \ . \ 2 \ . \ 5 \ . \\
 \ . \ . \ . \\
 \hline
 \ . \ 0 \ . \ . \\
 \ . \ 9 \ . \ . \\
 \hline
 \ . \ 5 \ . \\
 \ . \ 5 \ . \\
 \hline
 0 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \ 2 \ 5 \\
 \hline
 \ . \ . \ . \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \ 2 \ 9 \ 5 \ 6 \ 5 \\
 \hline
 2 \ 4 \ 6 \ 6 \\
 \ . \ . \ . \ 5 \\
 \ . \ 4 \ 2 \\
 \hline
 \end{array}$$

EXERCICE 7 (nombres croisés – Corse, 1998 modifié – calculatrices interdites)

	I	II	III	IV
A				
B				
C				
D				

1- Reproduire le tableau et le compléter verticalement en utilisant les renseignements suivants.

I- Il s'agit du nombre positif dont le carré est 1296.

II- Il s'agit du premier nombre premier non pair - La somme de mes chiffres est 4, je suis impair et je divise 26.

III- Un nombre compris entre 370 et 430 qui est le carré d'un entier.

IV- Le nombre N est compris entre 5100 et 5200. Le chiffre des unités est égal à celui des centaines. La moyenne des chiffres de N est égale à 3.

2- A quelle ligne de la grille correspondent les renseignements indiqués en a, b, c et d ? Justifier.

a) Le résultat du calcul suivant : $\left(2 - 2x \frac{3}{4}\right) \times 12$

b) Le quotient de la division euclidienne de 4016 par 55.

c) Le plus petit nombre de 3 chiffres divisible par 15.

d) Le résultat du calcul suivant : $5 \times 10^{-3} \times 1,5 \times 10^5 \times 4,46$

Exercice 8 : groupe3 2008

Pour carrelé une piéce rectangulaire mesurant 4,18 m sur 5,67 m, un carreleur propose à des propriétaires le choix entre deux modèles de dalles carrées :

- 1) Le premier modèle a 29 cm de côté et coûte 2,30 € l'unité. Avec ce modèle, il n'utilise que des dalles entières et il complète avec du joint autour de chaque dalle.
 - a) Calculer le nombre maximal de dalles que l'on peut poser dans la largeur de la piéce.
 - b) Calculer le nombre maximal de dalles que l'on peut poser dans la longueur de la piéce.
 - c) Les joints autour des dalles auront-ils tous la même largeur ? Si oui, quelle est cette largeur ?
- 2) Le deuxième modèle a 36 cm de côté et coûte 3,10 € l'unité. Avec ce modèle-là, il est préconisé des joints de 0,6 cm et le carreleur est alors dans l'obligation de couper des dalles et les découpes ne sont pas réutilisées. Calculer le nombre de dalles nécessaires.
- 3) Quel sera le choix le moins coûteux pour l'achat des dalles ?